**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**"Уфимский государственный авиационный технический университет"**

**Кафедра** Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**Дисциплина:** Математическая статистика

**Отчет по лабораторной работе № 1**

**Тема:** «Линейный корреляционный и регрессионный анализ многомерного временного сигнала»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-453 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Шамаев И.Р. |  |  |  |
| Принял | Маякова С.А. |  |  |  |

**Уфа 2022**

**Цель работы:** изучить методы линейного регрессионного корреляционного анализа многомерного временного сигнала.

**Практическая часть**

**Задача 1.**

Результаты наблюдений за характеристиками канала представлены в табл.1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  пп | Пропускная способность канала,  кбит/с | Соотношение сигнал/шум, | Остаточное затухание, дБ,  на частоте, Гц | | |
| дБ | 1020 | 1800 | 2400 |
| *Х*1 | *X*2 | *X*3 | *X*4 | *X*5 |
| 1 | 26,37 | 41,98 | 17,66 | 16,05 | 22,85 |
| 2 | 28,00 | 43,83 | 17,15 | 15,47 | 23,25 |
| 3 | 27,83 | 42,83 | 15,38 | 17,59 | 24,55 |
| 4 | 31,67 | 47,28 | 18,39 | 16,92 | 26,59 |
| 5 | 23,50 | 38,75 | 18,32 | 15,66 | 26,22 |
| 6 | 21,04 | 35,12 | 17,81 | 17,00 | 27,52 |
| 7 | 16,94 | 32,07 | 21,42 | 16,77 | 25,76 |
| 8 | 37,56 | 54,25 | 26,42 | 15,68 | 23,10 |
| 9 | 18,84 | 32,70 | 17,23 | 15,92 | 23,41 |
| 10 | 25,77 | 40,51 | 30,43 | 15,29 | 25,17 |
| 11 | 33,52 | 49,78 | 21,71 | 15,61 | 25,39 |
| 12 | 28,21 | 43,84 | 28,33 | 15,70 | 24,56 |
| 13 | 28,76 | 44,03 | 30,42 | 16,87 | 24,45 |
| 14 | 24,60 | 39,46 | 21,66 | 15,25 | 23,81 |
| 15 | 24,51 | 38,78 | 25,77 | 16,05 | 24,48 |

Найдем выборочное мат. ожидание , выборочную дисперсию и среднеквадратическое отклонение .

**Решение:**

Вычислим для каждого столбца выборочное среднее и дисперсию

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Оценка параметра распределения | Варианта | | | | |
| *Х*1 | *X*2 | *X*3 | *X*4 | *X*5 |
|  1 | 26,47 | 41,68 | 21,87 | 16,12 | 24,74 |
|  2 | 29,10 | 36,47 | 26,37 | 0,52 | 1,88 |
|  | 5,39 | 6,04 | 5,13 | 0,72 | 1,37 |

Вычислим новую матрицу U ()

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  пп | Пропускная способность | Соотношение сигнал/шум, | Остаточное затухание, дБ  на частоте, Гц | | |
| канала, кбит/с | дБ | 1020 | 1800 | 2400 |
| *U*1 | *U*2 | *U*3 | *U*4 | *U*5 |
| 1 | -0,019 | 0,050 | -0,821 | -0,100 | -1,379 |
| 2 | 0,283 | 0,356 | -0,920 | -0,902 | -1,087 |
| 3 | 0,251 | 0,190 | -1,265 | 2,030 | -0,139 |
| 4 | 0,963 | 0,927 | -0,678 | 1,104 | 1,349 |
| 5 | -0,551 | -0,485 | -0,692 | -0,639 | 1,079 |
| 6 | -1,007 | -1,086 | -0,791 | 1,214 | 2,027 |
| 7 | -1,768 | -1,592 | -0,088 | 0,896 | 0,743 |
| 8 | 2,055 | 2,081 | 0,885 | -0,611 | -1,196 |
| 9 | -1,415 | -1,487 | -0,904 | -0,279 | -0,970 |
| 10 | -0,131 | -0,194 | 1,666 | -1,151 | 0,313 |
| 11 | 1,306 | 1,341 | -0,032 | -0,708 | 0,474 |
| 12 | 0,322 | 0,358 | 1,257 | -0,584 | -0,132 |
| 13 | 0,424 | 0,389 | 1,664 | 1,034 | -0,212 |
| 14 | -0,348 | -0,368 | -0,042 | -1,206 | -0,679 |
| 15 | -0,364 | -0,480 | 0,759 | -0,100 | -0,190 |

Теперь вычислим корреляции

и значения статистик критерия Стьюдента

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *X*2 | *X*3 | *X*4 | *X*5 |
|  1 *j* | 0,931 | 0,254 | -0,138 | -0,220 |
| *t* | 9,161 | 0,946 | 0,501 | 0,814 |

Проверка гипотезы о значимости оценок коэффициентов корреляции с уровнем значимости , равным 0,1. Т.к. , то при условии можно отбросить третий, четвертый и пятые столбцы. И только с имеет линейную положительную взаимосвязь, так как

**Задача 2.**

Построить уравнение регрессии для пропускной способности канала по выборке, заданной в табл. 1.

Применительно к указанной выборке построение аналитической зависимости в основной своей части выполнено в рамках примера 1. Осталось лишь выбрать вид регрессии, представив графически зависимость *X*1 от *X*2, найти коэффициенты регрессии.

**Решение:**

Решение будем искать в виде

Коэффициент регрессии найдем из уравнения

, тогда

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №  пп | Пропускная  способность | Соотношение  сигнал/шум, | Значение функции,  кбит/с | Погрешность,  кбит/с |
| канала, кбит/с | дБ |
| *Y* | *X* |  | e |
| 1 | 26,37 | 41,98 | 26,74125 | 0,371254 |
| 2 | 28,00 | 43,83 | 28,38887 | 0,388871 |
| 3 | 27,83 | 42,83 | 27,49827 | 0,331733 |
| 4 | 31,67 | 47,28 | 31,46145 | 0,208547 |
| 5 | 23,50 | 38,75 | 23,8646 | 0,364604 |
| 6 | 21,04 | 35,12 | 20,63171 | 0,408287 |
| 7 | 16,94 | 32,07 | 17,91537 | 0,975372 |
| 8 | 37,56 | 54,25 | 37,66896 | 0,10896 |
| 9 | 18,84 | 32,70 | 18,47645 | 0,363547 |
| 10 | 25,77 | 40,51 | 25,43207 | 0,337933 |
| 11 | 33,52 | 49,78 | 33,68796 | 0,167962 |
| 12 | 28,21 | 43,84 | 28,39778 | 0,187777 |
| 13 | 28,76 | 44,03 | 28,56699 | 0,193009 |
| 14 | 24,60 | 39,46 | 24,49693 | 0,103067 |
| 15 | 24,51 | 38,78 | 23,89132 | 0,618678 |

Построим графически зависимость *X*1 от *X*2

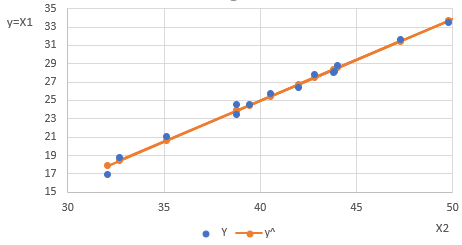


Рисунок 1. График зависимости

По графику видим, что *X*1 и *X*2 имеют положительную линейную связь.

**Задача 3.**

Выяснить коррелированность курсов акций компаний «Газпром», «Роснефть», ТНК, «РУСАЛ». Определить, есть ли существенные связи при уровне значимости . Если существенные связи есть, оставить 3 курса акций с наиболее сильными связями. Построить уравнение двумерной линейной регрессии *Y*=*aX*1+*bX*2+*c*, рассчитав неизвестные коэффициенты *a*, *b*, *c* методом наименьших квадратов. Построить график плоскости *Y*, указав на том же графике экспериментальные точки выборок (по которым был реализован метод наименьших квадратов). Оценить максимальное отклонение экспериментальных точек от плоскости.

**Решение:**

В качестве выборки возьмем 15 значений курсов акций за последние 3 месяца (в одни и те же даты).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | «Газпром» | «Роснефть» | ТНК | «РУСАЛ» |
| *Х*1 | *X*2 | *X*3 | *X*4 |
| 1 | 191,65 | 371,15 | 15,47 | 30,69 |
| 2 | 189,81 | 387,25 | 14,11 | 30,7 |
| 3 | 186,99 | 388,5 | 12,9 | 32,15 |
| 4 | 183,51 | 372,3 | 12,23 | 30,59 |
| 5 | 178,36 | 371,45 | 11,98 | 31,68 |
| 6 | 177,94 | 379,1 | 12,19 | 32,16 |
| 7 | 184,5 | 373,2 | 10,42 | 32,4 |
| 8 | 177,96 | 384,2 | 10,84 | 32,38 |
| 9 | 170,95 | 390,7 | 11,25 | 31,07 |
| 10 | 167,78 | 383,15 | 11,05 | 32,05 |
| 11 | 168,62 | 382,45 | 10,9 | 32,52 |
| 12 | 163,92 | 380,4 | 10,23 | 32,84 |
| 13 | 164,66 | 351,8 | 9,35 | 30,63 |
| 14 | 155,0 | 384,35 | 10,4 | 31,89 |
| 15 | 165,27 | 425,1 | 11,09 | 32,3 |

Заполним необходимые таблицы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Оценка параметра распределения | Варианты | | | |
|  |  |  |  |
|  | 175,128 | 381,673 | 11,6273 | 31,736667 |
|  | 118,930574 | 10086,3 | 2,52641 | 0,6165238 |
|  | 10,9055295 | 100,43 | 1,58947 | 0,7851903 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | *U*1 | *U*2 | *U*3 | *U*4 |
| 1 | 1,515011257 | -0,10478 | 2,417581 | -1,33301 |
| 2 | 1,34628951 | 0,055528 | 1,561949 | -1,32027 |
| 3 | 1,087705092 | 0,067974 | 0,800687 | 0,526412 |
| 4 | 0,768600917 | -0,09333 | 0,379163 | -1,46037 |
| 5 | 0,296363417 | -0,1018 | 0,221877 | -0,07217 |
| 6 | 0,257850845 | -0,02562 | 0,353997 | 0,539147 |
| 7 | 0,859380553 | -0,08437 | -0,75958 | 0,844806 |
| 8 | 0,259684777 | 0,025158 | -0,49534 | 0,819334 |
| 9 | -0,383108403 | 0,08988 | -0,2374 | -0,84905 |
| 10 | -0,673786631 | 0,014703 | -0,36322 | 0,399054 |
| 11 | -0,596761485 | 0,007733 | -0,4576 | 0,997635 |
| 12 | -1,027735514 | -0,01268 | -0,87912 | 1,40518 |
| 13 | -0,959880029 | -0,29745 | -1,43277 | -1,40942 |
| 14 | -1,845669204 | 0,026652 | -0,77217 | 0,195282 |
| 15 | -0,903945102 | 0,432406 | -0,33806 | 0,717448 |

Теперь вычислим матрицу парных корреляций

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 k | -0,025 | 0,728117 | -0,32864 |
| 2 k | -0,025 | 0,007518 | 0,055696 |
| 3 k | 0,728117 | 0,007518 | -0,41993 |
| 4 k | -0,32864 | 0,055696 | -0,41993 |

и значения статистик критерия Стьюдента

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0,090168 | 3,829973 | 1,254624 |
|  | 0,090168 | 0,027107 | 0,201127 |
|  | 3,829973 | 0,027107 | 1,86831 |
|  | 1,254624 | 0,201127 | 1,86831 |

Критическое значение

Критическое значение

Сравнив значения , приходим к выводу, что столбец можно отбросить. Оставим 3 курса акций с наиболее сильными связями, это . имеют линейную положительную взаимосвязь, так как

Далее построим уравнение двумерной линейной регрессии. Решение будем искать в виде

Коэффициенты регрессии найдем методом наименьших квадратов. из уравнения

Частные производные функции приравниваем к нулю

Из системы получаем , тогда

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | *Y* |  |  |  | e |
| 1 | 15,47 | 91,65 | 30,69 | 13,6745 | 1,7955 |
| 2 | 14,11 | 189,81 | 30,7 | 13,48093 | 0,62907 |
| 3 | 12,9 | 186,99 | 32,15 | 12,60322 | 0,29678 |
| 4 | 12,23 | 183,51 | 30,59 | 12,87658 | 0,64658 |
| 5 | 11,98 | 178,36 | 31,68 | 11,90468 | 0,07532 |
| 6 | 12,19 | 177,94 | 32,16 | 11,66702 | 0,52298 |
| 7 | 10,42 | 184,5 | 32,4 | 12,2455 | 1,8255 |
| 8 | 10,84 | 177,96 | 32,38 | 11,57998 | 0,73998 |
| 9 | 11,25 | 170, 195 | 31,07 | 11,3885 | 0,1385 |
| 10 | 11,05 | 167,78 | 32,05 | 10,66509 | 0,38491 |
| 11 | 10,9 | 168,62 | 32,52 | 10,56126 | 0,33874 |
| 12 | 10,23 | 163,92 | 32,84 | 9,94756 | 0,28244 |
| 13 | 9,35 | 164,66 | 30,63 | 10,91883 | 1,56883 |
| 14 | 10,4 | 155,0 | 31,89 | 9,41355 | 0,98645 |
| 15 | 11,09 | 165,27 | 32,3 | 10,30531 | 0,78469 |

Построим график плоскости Y

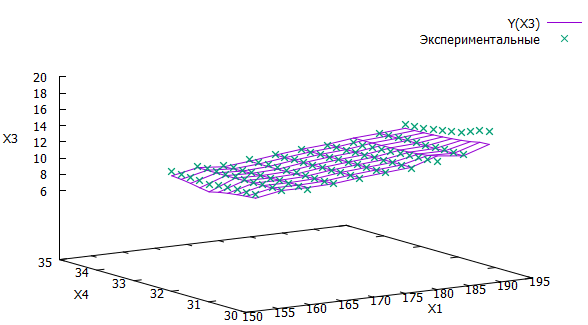


Рисунок 2. График зависимости

Максимальная погрешность равна 1,7955.

**Вывод**

Таким образом, в ходе лабораторной работы был изучен линейный корреляционный и регрессионный анализ многомерного временного сигнала.